はじめに

「**問題を解決する能力**」は，そうたやすく身に付くものではない．しかし，ある種のタイプのものは，私が「**魔法の学問**」といっているものを理解するだけで誰でも身につけ実践することができる．なぜ「魔法の学問」なのか？なぜ簡単に実践できるのか?それを説明したい．

１）　理論が簡単である

皆さんは例えば，$y=f(x)=3x+1$ という 1 次式は，数学が得意でなくてもそれほど拒否反応はないでしょう．ここで，x が 0 から 2 の間にあるとします．このとき，高校数学で x の定義域は区間[0，2]（$0 \leqq x \leqq 2$）にあるといいます．このとき，y の最小値は x=0 で $y=f(0)=3*0+1=1$ になり，最大値は x=2 で $y=f(2)=3*2+1=7$ になります．そして，値域は[1，7]といいます．実は，これがこの学問の理論的背景です．すなわち，定義域という制約条件つきの関数の最大値と最小値を求めるだけです．あるいは，与えられた定義域から値域を求めることになります．

例えば，PC の量販店を考えてみよう．「メーカーから，月額 1 万円の報償金と，1 台に付き 3 万円の利益があるとする．在庫は残念ながら 2 台しかない．このとき，最大の利益はいくらか?この問題を解決したいとき，PC の在庫数を変数 x で表して，問題を数式で表せば上の数学の問題になります．すなわち,解決したい問題が数式で表すことさえできれば，その問題は「**数理計画法ソフト**」でたちどころに解決できるわけです．幾ら難しい理論を理解しても，必ずしも実生活で役に立ちません．しかし，数理計画法で扱える問題は，読者の想像を超え幅広く多彩です．これまで，それを解くソフトが未熟であったため，注目されてきませんでした．この分野でも，ようやく誰でも，簡単かつ廉価で強力な数理計画法ソフト LINGO(リンゴー)が利用可能になりました．

２）　領域の最大最小問題

皆さん，微積分といえばとっつきにくいでしょう．関数の最大最小問題は，一般には微分で求めることができます．しかし，関数が複雑であれば，とたんに落ちこぼれてしまいます．私もそうです．昭和 45 年の 9 月に学卒の採用試験が終わっていたのですが，工学部の大学院生と同じ微積分の採用試験問題で NEC を受けました．演習で微積分の解を求める訓練をしている工学部の院生の問題を解けるわけがありません．白紙なのに，なぜか合格通知をもらいましたが．

話は変わりますが，高校数学Ⅱに「領域の最大最小問題」というテーマがありますが，覚えていますか．例えば次のような問題です．

問）連立不等式 x≦5，x+ y≦10，x +2y≦16，x≧0，y≧0 の表す領域 D を図示し，点（x，y）がこの領域を動くとき 2x+3y の最大値と最小値を求めよ

これは，点（x，y）の動ける領域を図示して，その中から z=2x+3y を最大・最小にする点（x，y）の値と z の値を求める問題です．数学の中では，絵に描いて理解できるので，分かりやすいテーマです．もし，苦手意識があるのなら，「こんな問題が何の役に立つのか?」と疑問に思ったり，担当の数学の先生が嫌いであったりという，些細な原因からでないかと思います．これが，数理計画法の中核である「**線形計画法の理論の全て**」です．どうです，微積分よりずっと易しいでしょう？

1 章で紹介するように，変数 X と Y を廉価 PC（格安バーガー）と高級 PC(高級バーガー)の製造個数（販売個数）と考えるだけで，部品を組み立てる産業の同種の全ての問題が解決できる．すなわち，変数を読み替えるだけで，組み立て産業に共通で使えます．

３）　数理計画法ソフトの利用の簡便さ

上記の問題は，絵に書いて解くことができます．しかし，変数が 10 個も出てこれば，絵で表すことはできません．その場合，数理計画法ソフトを使いますが，使い方はいたって簡単です．どのような領域で最大(最小)にしたいかを次のように記述するだけです．

MAX=2x+3y
x≦5
x+ y≦10
x +2y≦16
x≧0
y≧0

どうです，簡単でしょう．私はこれまで統計ソフトを使って皆さんのデータ分析能力をかさ上げすることの普及に努力してきました．統計手法は，人類の英知が様々な手法を開発してきました．そのため，統計ソフトを用いた啓蒙書を書く場合，統計ソフトの操作法がかなりの部分を占め，統計理論の紹介とのバランスに悩みました．しかし，数理計画法では，ソフトの操作法の解説はほぼ不要です．上のテキスト形式の問題（モデルということにします）を作成し，実行するだけです．また分析結果も，最大値とそのときの X と Y の数値だけです．ですから，どんな難しい理論であっても，数理計画法のモデルと結果の解釈は誰でもできます．これも「魔法の学問」の大きな利点の一つです．本書に添付しているモデルのファイルをダブルクリックし，実行すれば，答えが出ます．皆さんが注力すべきは，その数値を現実にどう解釈すべきかを本書で理解することです．

4)　読者のすべきこと

こんな簡単な記述でなぜ複雑な現実のさまざまな問題解決に役立つのでしょうか?

それは，多くの天才が驚くほど柔軟な発想で数式モデルを開発してきたからです．これらの問題を最初にモデル化することは才能がいります．しかし，一旦作られたモデルは，上の式の意味さえ分かれば誰でも容易に理解できます．そして，出てきた解の意味が正しく分かり，問題解決に当ればよいのです．すなわち，びっくりするような多彩なモデルがすでに開発され，すぐに利用できる点も「数理計画法が魔法の学問」の利点の一つです．

5）解決できる問題のリスト

数理計画法で解決できる問題の多彩に，読者はきっとびっくりするでしょう．何しろ，式に書ければ，その最大値や最小値あるいは解を求める問題が全て「魔法の学問」で解決できる対象になります．本書の 2 章以降では，その中から代表的なものを選びました．例えば，7 章のポートフォリオ分析はノーベル経済学賞をもらいました．普通そのような理論は難しくて理解が困難です.もうお分かりでしょうが,これが数理計画法で扱えるので，何が制約式で何が目的関数かさえ押えておけば，理解は容易です．

6） なぜ日本では「魔法の学問」でなかったのか?

さて，ここまで読んでこられてきっと疑問を持つ方もいるでしょう.「そのようなすばらしい魔法の学問がなぜ日本でそれほど普及していないのか?」一つには，高校数学で「領域の最大最小問題」を抽象的に教え，問題解決学の入門という位置づけがなかったこと．次に，大学教育の問題が大きいと考えます．多分 40 歳以上の工学部，経済学部，農学部などの出身の方は「数理計画法」を必修科目として習ってきたと思います．そして，多くの方がもう 2 度とお目にかかりたくないと思っているはずです．なぜなら，線形計画法の計算方法を教えることが授業の中心でした．実は，そのような教育はほんの一握りの数理計画法の研究家に任せればよいのです．多くの人は実際の問題を解決する能力を養う「21 世紀の一般教育として多彩なモデルを勉強すべきだ」と思っています．ここまでは，私の 10 年来の主張です．

私は 10 年以上前から,現実のモデルを中心にすえた新しい視点の入門書の原稿を 3 冊も書き溜めてきましたが，読者から受け入れられないのではないかという懸念があり，出版にこぎつけませんでした．

その明快な理由をやっと 2007 年 12 月末になって，明確に認識しました．

その理由は，皆さんが手に入れた問題解決能力を現実の大きな問題に適用しようとしたとき，これまでの数理計画法ソフトではモデルの作成に時間がかかりめげてしまうことです.実践できない実用の学問の習得ほどむなしいものはありません.しかし,数年前から,大きな問題であってもモデルのサイズに無関係に「**モデルを汎用的にする**」事が容易にな

った．これで入門書でありながら，本書で取り上げた問題は，現実のどんな大きな問題でもすぐに対応できます．ですから，私は本書をこれまでと異なり自信を持って上梓することができました．

6) 本書の画期的な点

本書は，心から問題解決能力を身に付けたいという読者を対象にしています．必要な知識は，1 章で紹介する１次や２次の関数の最大と最小の意味を理解すること，そして「領域の最大・最小問題」が理解できることの２点です．

2 章以降の各章は，重要な問題に絞って，最初に問題を我々が普段目にする自然な数式表記で記述しています．その後，「**汎用モデル**」を説明します．万が一この説明が完全に分からなくても，どのようなデータを Excel 上に作成すれば現実の問題を解くことができるかを最低限理解してください.それによって,もし役立つモデルであることが分かれば,頓智の塊である汎用モデルをクイズのように楽しく玩味できるでしょう．

8) 産業界へのお願い

日本の現場は,「感，コツ，経験」に優れているため，現在の各種の計画はおそらく最適解の 90%以上は達成していると思います．これも全ての産業の隅々で数理計画法が使われていない理由でしょう．あと数%の改善が「魔法の学問」で簡単に行えるのにもったいない話です．原材料高の今こそ，考え直しませんか？

本書の主なみどころは，次のとおりである．

1 章：数理計画法の重要なポイントを分かりやすく説明します．

2 章：非線形連立不等式の解を求める

数理計画法は，現象が式で表されさえすれば，その解を求めることができる汎用の数学ソフトです．単に数式，連立方程式，非線形連立不等式，などの解を求めるのにも利用できることを紹介します．

3 章：プロダクト・ミックス(製品組み立て)問題

製品組み立て問題は，電気，自動車，ファースト・フードなどの部品を組み立て，最終製品を作る産業をモデルにしています．そして,「領域の最大問題」そのものです．ここでは，汎用モデルを作成するテクニックを紹介します．

4 章：**配合問題**

配合問題は,材料を混合し最終製品を作る産業の基本モデルです.石油産業や化学産業,製鉄，酪農や養鶏業の配合飼料，金融商品の組み合わせなどに広く応用されている．このためモデルのサイズも大きくなるが，汎用モデルを使えば誰でも実践できる．また，これまで利用されてこなかった食材加工工場，病院食，原材料高に悩む中小企業の材料決定な

どは，規模が小さいモデルが多いと考えられるので，デモ版で十分分析できるでしょう．

５章：巡回セールスマン問題

巡回セールスマン(TSP)問題は，与えられた都市を一筆書きで，最短距離(最小時間でもかまわない)でまわる問題である．遊びの要素を備えているが，実は産業界で非常に応用範囲の広いものです.作業台と部品の保管場所の行き来を最小化する,製造ラインの取替え，各種回路の設計で回線を接続する距離の最短化，私は経済学部の同僚と東京近郊の不動産価格の補正のための研究に用いています.

6章：　ポートフォリオ分析

ノーベル経済学賞を取ったポートフォリオ分析の理論を，3 社の株式で説明し，その後金融機関でも使える汎用モデルを紹介する.

7章：　日程管理（PERT）

日程管理は，ブルーバックスでもロングセラーの「**計画の科学**」で紹介されている．しかし，インターネットでは「**ガント・チャート**」と呼ばれる低レベルで問題の多い工程管理ソフトが花盛りである.なぜ汎用の PERT プログラムが紹介されていないのか不思議である.PERT の汎用プログラムは，プロジェクトを幾つかの作業工程に分け，各作業工程で，先行する作業と後続する作業のペアのリストを Excel 上に与えるだけで計算できるので，ガント・チャート利用者にとって朗報であろう．学生さんは，学園祭の準備などに利用してみよう.

８章　判別分析のニューフェース（SVM）

回帰分析，判別分析，コンジョイント分析などの統計手法の汎用モデルがすでにありますが，本章では最近注目されている SVM（サポートベクターマシン）の汎用モデルを紹介する.

９章：評価の科学（DEA）

包絡分析法（Data Envelopment Analysis, DEA）は，企業の事業部，百貨店などの複数の店舗，自治体の複数の図書館，野球選手の評価などを，多入力多出力のデータを用いて行う手法である．私も始めて DEA の汎用モデルでデータを分析し，2008 年 2 月 13 日と 14 日の 2 日間で本章を書き，2 月 18 日に成蹊大学で開催された DEA の国際会議に提出できました.

付録：整数計画法のアルゴリズム

整数計画法のアルゴリズムである分枝限定法は，クイズを解くような感じで楽しめる方法です.

目次

1.　魔法の学問

1.1　魔法の学問を公開します

理論が絵でもって理解でき，利用に際して覚えることが少なく，それでいて広範な問題の意思決定や問題解決に使える技術（学問）をご存知ですか．私一人が，10 年以上前から「魔法の学問」といっているものです．

今まで出し惜しみしていたわけでなく，それを主張し皆さんに納得してもらえるものが一つだけ欠けていました．魔法を実現するソフトウエアが，ようやく期待にこたえてくれるようになったわけです．

この「魔法の学問」を本書で理解すれば，皆さんは広い視野をもつことができます．そして，Excel 上に必要なデータさえ準備すれば，それを「汎用モデル」で簡単に分析し解決できます．

(1)　なぜ広範な問題が解決できるのか

私が「魔法の学問」といっているのは,「数理計画法」という学問です.「何だ」といって，ここで読むのをやめないでください．この学問は，制約条件のある関数の最大値や最小値を求める学問です．ですから，問題解決したいものが，数式で定義さえできれば，それらが全て数理計画法の対象になります．（目的）関数 $y=f(x)=2x+1$ が，定義域（制約条件）[2,3]で考えた場合， $x=2$ で最小値 $y=5$， $x=3$ で最大値 $y=7$ をとるという単純このうえないことが数理計画法の対象です．

ですから，解決したい問題が関数で記述さえできれば，全てが数理計画法ソフトで解決できるようになりました．これまで，数理計画法ソフトの機能が未熟で「どんな問題でも解決できますよ」と自信を持っていえなかったのです．

しかし,「関数で記述できれば解決できます」といわれても，皆さん困ってしまうでしょう．しかし心配は要りません．これまで，人類の天才，英才，秀才，そして鈍才（私のことです）が実にさまざまな問題を，すでに数理計画法の雛形モデルとして開発済みです．まずそれらを理解し，利用することからはじめましょう．

(2)　なぜ理解が容易か?

これらの問題を自分で再発見することは,よほどの天分に恵まれなければ困難でしょう．しかし，開発済みのモデルを理解することは容易です．なぜなら，定義域を表す制約条件と売り上げや利益や視聴率などの最大化したい目的関数を理解するだけです．また，分析結果の理解も簡単です．何しろ，どの値で最大あるいは最小値をとるかを理解するだけですから．

私はこれまで，統計ソフトを用いた実践的な教育の普及に注力してきました．しかし，統計は種々の統計手法が開発されていて，理解すべき統計量も実にさまざまで，出力結果も多彩です．また，帰無仮説，母集団と標本，といった日常生活と異なった思考の飛躍が要求されます．

それに比べて，数理計画法は扱える問題は多岐にわたっていますが，モデルの表記法と解析結果の入出力の形式は一通りで，いたって簡単なのです．ではなぜ統計ほど皆さんになじみがなかったのでしょうか?

(3)　これまで数理計画法が広く受け入れられなかった理由

統計に比べなぜ数理計画法は，広く皆さんに受け入れなかったのでしょうか?私は 10 年ほど前から，数理計画法の解説書を 3 冊ほど書き溜めてきましたが，ある理由で出版にまでいたりませんでした．しかし，2007 年の 12 月末にようやくその理由が啓示的に分かりました．

実は，数理計画法を勉強しても，それを実社会で応用しようとした場合，これまで数理計画法ソフトの機能が弱かったため，適用が大変だったためです．ですから，数理計画法の実践は一部の専門家にとどまっていました．

しかし，数年前からようやく数理計画法ソフトの機能が格段に向上し，多くの人が利用できることを 10 年間判別分析の研究に没頭してきた私は見逃していました．

本書では，代表的な 8 種類の問題解決法を 2 章から 9 章で紹介します．重要なのは，それらを現実の問題にすぐに適用できる「汎用モデル」を提示していることです．

例えば，ノーベル経済学賞を取った「ポートフォーリオ分析」を 6 章で紹介しています．ノーベル経済学賞といっても，数理計画法で記述できれば，制約と目的関数だけになり他のモデルと同じレベルで理解できます．

最初，3 社の株式で読者は理解し，その後「汎用モデル」で金融機関が行っている規模の分析もできます．

私自身は，2007 年まで成蹊大学の 2 年次配当の半期科目で数理計画法の種々のモデルを紹介してきました．しかし，多くの学生は，多分社会に出てもそれらを実践することはすくないでしょう．

2008 年からの受講生は幸せです．「汎用モデル」を教えますので，多くの学生が社会で役立てることを期待しています．

(4)　高校数学で分る魔法の学問

数理計画法の理解には，1.2 で紹介する「関数の最大値と最小値」を理解することが基本です．

このほか，数理計画法には大きく分けて次の4つの手法があり，そこでは次の点を理解することが重要だ.

・ 線形計画法（Linear Programming，LP）

制約条件と目的関数が1次式で表されるものを線形計画法（LP）という．数理計画法の入門で，応用範囲も広い．LPの理論的背景は，高校数学Ⅱの「領域の最大最小問題」が分かればそれで終わりです．ただ，3 章で説明する「減少費用」と「双対価格」という有用な情報も使いこなせればそれで十分です.

・ 2次計画法（Quadratic Programming，QP）

制約条件が1次式で，目的関数が2次式で表されるものを2次計画法（QP）という.

LPとQPはそれほど難しくありません.しかし次の2つがこれまで数理計画法ソフトの鬼門であったわけです.

・ 整数計画法（Integer Programming，IP）

LPやQPの変数は実数ですが，整数計画法（IP）では変数が0/1の2値の整数値，あるいは非負の整数値（x>=0）に制限されたものをいいます．大規模な整数計画法モデルは，組み合わせの爆発のため計算時間がかかります．今後とも改良が続けられますが，ようやく多くの分野に適用できるように成りました.

・ 非線形計画法（Non Linear Programming，NLP）

制約条件と目的関数が1次式で表されないものを非線形計画法（NLP）といいます．これは2章で紹介しますが,「最大値/最小値」のほか,「局所最適解と大域的最適解（いわゆる最大値/最小値)」を理解する必要があります．これまで数理計画法のソフトは,大規模で,複雑な非線形の「局所最適解」を求めることが困難でした．また得られた解が，大域的最適解かどうかの判定も困難でした．しかし，漸くこれらの難題も解決されました.

6　ポートフォリオ分析

6.1　マーコウィッツの平均/分散ポートフォリオ・モデル

シカゴ大学の大学院生であったマーコウィッツ(1959)は，今日**マーコウィッツの平均/分散ポートフォリオ・モデル**として知られている博士論文を提出した．しかし，単に数学モデルの論文で現実問題を分析する経済学的な論文と評価されなかったらしい．しかし，シカゴ学派の泰斗ミルトン・フリードマン(1976年ノーベル経済学賞受賞)に救われたらしい．後年，コンピューターや数理計画法ソフトの発展で現実の株や債権に応用できるようになり，1990年にノーベル経済学賞を受けた，私が1984年にLINDO製品の代理店になる交渉のため，シカゴ大学ビジネス・スクールのLinus Schrage教授を訪問した．その際，フランクリン・ロイドの旧宅を案内してもらい，大学生協でシカゴ大学関連のノーベル賞受賞者の名前をプリントしたTシャツをプレゼントされた．そして，Linusから「シュウイチもノーベル賞をとったら，シカゴ大学は1日でも訪問した人をシカゴ大学関係者としてTシャツに名前を載せるだろう」と冗談を言われた．

ポートフォリオ分析では，投資家は期待収益とその分散（すなわち，リスク）を考慮すると仮定している．期待収益は，株式の値上がり益と配当を考慮したものである．分散は，期待収益からの散らばり具合を表わしている．ある株式の分散が大きければ，値上がり幅も値下がり幅も大きい．これをリスクの尺度に用いている．しかし，実際の投資家は下側に振れることをリスクと考えても，上に振れることをリスクと考えにくいので，最初はこの点に戸惑うだろう．予測の不確かさをリスクとしているわけだ．

昔から「財産三分法」とか「卵を一つのかごに入れるな」といわれてきた．確率的に変動するものは，分散投資すべきことは経験的に知られていた．それを数学的にはっきりさせたわけだ．

今，3社の株式データがあったとする．統計ソフトを用いて値上がり率を計算し，それを期待収益率とする．そして，投資対象銘柄3社の株価データから分散共分散行列を計算する．**図6.1**は，ポートフォリオデータである．3社の社名を分かりやすくX，Y，Zとする．B4：D4には各社の期待利益が入っている．X社は年間3割，Y社は2割，Z社は8%の利益が期待される．ここで利益の一番大きなX社に全て投資することは間違っている，というのがポートフォリオ理論の骨子である．

B6からD8の3行3列に3社の分散共分散行列のデータが与えてある.X社単独の分散は3，Y社単独の分散は2，Z社単独の分散は1である．そして，X社とY社の共分散は1である．

	A	B	C	D	E
1					
2					
3		X	Y	Z	期待利益
4	利益	1.3	1.2	1.08	1.2
5	投資比率	0	1	0	リスク
6	分散共分散	3	1	-0.5	2
7		1	2	-0.4	
8		-0.5	-0.4	1	
9					
10	投資上限	0.75	0.75	0.75	
11					

図 6.1　ポートフォリオデータ

読者もこのデータを作成し，セル E4 に 3 社にある比率(X，Y，Z)で投資した場合の次の期待利益を入れてみよう．

=1.3*X+1.2*Y+1.08*Z

次にセル E６に，3 社に比率(X，Y，Z)で投資した場合の分散を入れてみよう．分散は，次の行列の積で計算される．t は 1 行 3 列の行列を 3 行 1 列の行列に転置することを示している．

分散=(X，Y，Z)*V*(X，Y，Z)^t=3*X^2+2*Y^2+Z^2+2*X*Y-X*Z-0.8*Y*Z

さて 3 社への投資比率に関しては，次の制約がある．すなわち，3 社合計で 1 あるいは 100%と考える．

X+Y+Z=1;

問：各社への投資比率は０以上 1 以下で自由に読者が選択できる．3 社の期待利益と合成された分散の上限と下限はどうなるであろうか．

あるいは，全てを X に投資した場合はどうなるであろうか?実際，B5 に 1 をいれ，C5 と D5 を 0 にすれば,利益は当然であるが 1.3 で分散は 3 になる.表は Y=1 にした場合である.これによって，読者は自由に分散投資のリスクとリターンが計算できる．

さて先ほどの質問であるが，期待利益は 1.08 から 1.3 の間にある．分散は 1 から 3 の間になる．

6.2　LINGO でモデル化する

投資分析の注意点は，リスクを最小に，利益を最大にしたいという相反する 2 つの目的関数がある点である．これらの間のトレードオフをどうするか悩ましい問題である．一番簡単なのは，これらを加重平均し単目的化することである．しかし，リスクとリターンという異なった尺度を一つにまとめてもその意味が分からなくなる．そこで，リターンを最

大化する代わりにある値以上に制限し，リスクを最小化することが考えられる．

この方針で，マーコウィッツの平均/分散ポートフォリオ・モデル（PORT02.lg4）を LINGO で定式化すると次のようになる．例えば，リターンを 1.15 以上でリスクを最小にしたいモデルは次のようになる．

```
MIN=3*X*X+2*Y*Y+Z*Z+2*X*Y-X*Z-0.8*Y*Z;
X+Y+Z=1;
1.3*X+1.2*Y+1.08*Z>1.15;
```

これを解くと図 6.2 の解が得られる．X を約 18%，Y を 25%，Z を 57%の比率で投資すればリスクは最小化され 0.42 になる．

```
Local optimal solution found.
Objective value:                              0.4209630
Extended solver steps:                                5
Total solver iterations:                              4

                       Variable           Value        Reduced Cost
                              X       0.1828794            0.000000
                              Y       0.2480545            0.000000
                              Z       0.5690661            0.000000

                            Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              1       0.4209630           -1.000000
                              2        0.000000           0.5564202
                              3        0.000000           -1.215953
```

図 6.2　リターン 1.15 以上

次に，リターンを 1.18 以上に変更すると図 6.3 のように，X を約 32%，Y を 24%，Z を 44%の比率で投資すればリスクは最小化され 0.55 になる．リターンが 1.15 から 1.18 に増やすことで，リスクが 0.42 から 0.55 に増えた．人生，いいとこどりができないということだ．結局，自分自身でリスクとリターンのトレードオフを決める必要がある．

```
Local optimal solution found.
Objective value:                              0.5501556
Extended solver steps:                                2
Total solver iterations:                             13

                       Variable           Value        Reduced Cost
                              X       0.3252918            0.000000
```

Y	0.2369650	0.000000
Z	0.4377432	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.5501556	-1.000000
2	0.000000	7.628016
3	0.000000	-7.396887

図 6.3　リターンを 1.18 以上

6.3　汎用モデル（PORT02.lg4）

実際の株式は，例えば東証 1 部でもおよそ 1690 社ある．そこで，希望する銘柄の投資分析のために汎用モデルを作成しよう．図 6.1 で分散共分散行列をセル名 V に，投資比率を INVEST に，利益を RATE にそして 1 銘柄の投資上限を 0.75 に設定する．次が，汎用のポートフォーリオモデルである．

```
MODEL:
SETS:
   ASSET: RATE, UB, INVEST;
   COVMAT( ASSET, ASSET): V;
ENDSETS
DATA:
  ASSET = GOOGLE, YAHOO, CISCO;
  RATE = @OLE( );
  UB    = @OLE( );
  V     = @OLE( );
ENDDATA
SUBMODEL SUB1:
   MAX = @SUM( COVMAT( I, J): V( I, J) * INVEST( I) * INVEST( J));
   RETURN = @SUM( ASSET: RATE * INVEST);
   ! Must be fully invested;
   @SUM( ASSET: INVEST) = 1;
   ! Upper bounds on each;
   @FOR( ASSET: @BND( 0, INVEST, UB));
   ! Must achieve target return;
```

```
    RETURN >= RET_LIM;
  ENDSUBMODEL
  CALC:
    !@SET('DEFAULT');
    !@SET('TERSEO', 2);
    @SET('STAWIN', 0);
    @SOLVE(SUB1);
  ENDCALC
  END
```

出力結果は図6.4の通りである.

```
Objective value:                              2.187500
Extended solver steps:                               5
Total solver iterations:                            54

                     Variable           Value        Reduced Cost
                       RETURN        1.275000            0.000000
                      RET_LIM        0.000000            0.000000
                 RATE( GOOGLE)       1.300000            0.000000
                  RATE( YAHOO)       1.200000            0.000000
                  RATE( CISCO)       1.080000            0.000000
                   UB( GOOGLE)      0.7500000            0.000000
                    UB( YAHOO)      0.7500000            0.000000
                    UB( CISCO)      0.7500000            0.000000
               INVEST( GOOGLE)      0.7500000           -2.500000
                INVEST( YAHOO)      0.2500000            0.000000
                INVEST( CISCO)       0.000000            3.450000
            V( GOOGLE, GOOGLE)       3.000000            0.000000
             V( GOOGLE, YAHOO)       1.000000            0.000000
             V( GOOGLE, CISCO)     -0.5000000            0.000000
             V( YAHOO, GOOGLE)       1.000000            0.000000
              V( YAHOO, YAHOO)       2.000000            0.000000
              V( YAHOO, CISCO)     -0.4000000            0.000000
             V( CISCO, GOOGLE)     -0.5000000            0.000000
```

```
V( CISCO, YAHOO)      -0.4000000          0.000000
V( CISCO, CISCO)       1.000000           0.000000
             Row    Slack or Surplus     Dual Price
               1       2.187500           1.000000
               2       0.000000           0.000000
               3       0.000000           2.500000
               4       1.275000           0.000000
```

図6.4　汎用モデルの解

6.4　効率的フロンティア

次は10段階のリターンレベルで,Portfolio分析を行い,効率的フロンティア曲線を描く.LINGOの印刷の命令を本書で説明することは多くの読者に意味がないので省く.金融機関の人や利用したい人はマニュアルを読んでほしい.

```
MODEL:
! Solves the generic Markowitz portfolio
  model in a loop to generate the points
  on the efficient frontier;
SETS:
   ASSET: RATE, UB, INVEST;
   COVMAT( ASSET, ASSET): V;
   POINTS: XRET, YVAR;
ENDSETS
DATA:
! Number of points on the
   efficient frontier graph;
  NPOINTS = 10;
  POINTS = 1..NPOINTS;
! The stocks;
  ASSET = GOOGLE, YAHOO, CISCO;
! Expected growth rate of each asset;
  RATE = @OLE( );
! Upper bound on investment in each;
```

```
  UB   = @OLE( );
! Covariance matrix;
  V    = @OLE( );
ENDDATA
! Below are the three objectives we'll use;
SUBMODEL SUB_RET_MAX:
   [OBJ_RET_MAX] MAX = RETURN;
ENDSUBMODEL
SUBMODEL SUB_RET_MIN:
   [OBJ_RET_MIN] MIN = RETURN;
ENDSUBMODEL
SUBMODEL SUB_MIN_VAR:
   [OBJ_MIN_VAR] MIN =
    @SUM( COVMAT( I, J): V( I, J) * INVEST( I) * INVEST( J));
ENDSUBMODEL
!and the constraints;
SUBMODEL SUB_CONSTRAINTS:
   ! Compute return;
   RETURN = @SUM( ASSET: RATE * INVEST);
   ! Must be fully invested;
   @SUM( ASSET: INVEST) = 1;
   ! Upper bounds on each;
   @FOR( ASSET: @BND( 0, INVEST, UB));
   ! Must achieve target return;
   RETURN >= RET_LIM;
ENDSUBMODEL
CALC:
! Set some parameters;
   ! Reset all params;
   @SET( 'DEFAULT');
   ! Output error messages only;
   @SET( 'TERSEO', 2);
```

```
   ! Suppress status window;
   @SET( 'STAWIN', 0);
! Solve to get maximum return;
   RET_LIM = 0;
   @SOLVE( SUB_RET_MAX, SUB_CONSTRAINTS);
! Save maximum return;
   RET_MAX = OBJ_RET_MAX;
! Solve to get minimum return;
   @SOLVE( SUB_RET_MIN, SUB_CONSTRAINTS);
! Save minimum return;
   RET_MIN = OBJ_RET_MIN;
! Interval between return points;
   INTERVAL =
    ( RET_MAX - RET_MIN) / ( NPOINTS-1);
! Loop over range of possible returns,   minimizing variance;
   RET_LIM = RET_MIN;
   @FOR( POINTS( I):
      @SOLVE( SUB_MIN_VAR, SUB_CONSTRAINTS);
      XRET( I) = RET_LIM;
      YVAR( I) = OBJ_MIN_VAR;
      RET_LIM = RET_LIM + INTERVAL;   );
! Display the results;
   @WRITE( '     Return     Variance', @NEWLINE( 1));
   @FOR( POINTS: @WRITE( @FORMAT( XRET, '#12.6G'),
    @FORMAT( YVAR, '#12.6G'), @NEWLINE( 1))   );
ENDCALC
CALC:
! The remainder of the model graphs the efficient frontier;
   NHASHY = 20;   NHASHX = 60;   SCALE = 10;
   V0 = @FLOOR( YVAR( 1) * SCALE);
   V0 = V0 / SCALE;
   V1 = @FLOOR( YVAR( NPOINTS) * SCALE + .5);
```

```
   V1 = V1 / SCALE;
   R0 = @FLOOR( RET_MIN * SCALE);
   R0 = R0 / SCALE;
   R1 = @FLOOR( RET_MAX * SCALE + .5);
   R1 = R1 / SCALE;
ENDCALC
SETS:
   HASHX /1..NHASHX/: XAXIS;
   HASHY /1..NHASHY/: YAXIS;
   GRID( HASHY, HASHX): CHECK;
ENDSETS
CALC:
   XWIDTH = ( R1 - R0) / NHASHX;
   XAXIS( 1) = R0 + XWIDTH;
   XAXIS( NHASHX) = R1;
   YHEIGHT = ( V1 - V0) / NHASHY;
   YAXIS( 1) = V0 + YHEIGHT;
   YAXIS( NHASHY) = V1;
   @FOR( HASHY( J) | J #GT# 1 #AND# J #LT# NHASHY:
      YAXIS( J) = YAXIS( J - 1) + YHEIGHT;   );
   @FOR( HASHX( J) | J #GT# 1 #AND# J #LT# NHASHX:
      XAXIS( J) = XAXIS( J - 1) + XWIDTH;);
   @FOR( GRID: CHECK = 0);
   @FOR( POINTS( P):
      J = 1;
      @WHILE( XRET( P) #GT# XAXIS( J): J = J + 1);
      I = 1;
      @WHILE( YVAR( P) #GT# YAXIS( I): I = I + 1);
      CHECK( I, J) = 1;);
   INDENT = 12;
   @WRITE( @NEWLINE( 2), (INDENT-3)*' ', 'Variance', @NEWLINE( 1));
   @WRITE( INDENT*' ', '^', @NEWLINE( 1));
```

```
  @FOR( HASHY( II):
     @IFC( II #EQ# 1:
        @WRITE( ( INDENT - 5) * ' ', @FORMAT( V1, '#4.2G'), ' |');
     @ELSE
        @IFC( II #EQ# @SIZE( HASHY):
           @WRITE( ( INDENT - 5) * ' ', @FORMAT( V0, '#4.2G'), ' |');
        @ELSE
           @WRITE( INDENT*' ', '|');         );       );
     @FOR( HASHX( JJ):
        @IFC( CHECK( @SIZE( HASHY) - II + 1, JJ):
           @WRITE( '*');
        @ELSE
           @WRITE( ' ');         );       );
     @WRITE( @NEWLINE( 1));   );
  @WRITE( INDENT*' ', NHASHX*'-', '>', @NEWLINE( 1));
  @WRITE( (INDENT-2)*' ', @FORMAT( R0, '4.2G'), ( NHASHX - 4)*' ', R1, @NEWLINE( 1));
  @WRITE( ( INDENT + NHASHX - 3)*' ',  'Return', @NEWLINE( 3));
ENDCALC
END
```

出力結果は次の通りである.

```
 Return     Variance
 1.11000    0.417375
 1.12833    0.417375
 1.14667    0.418054
 1.16500    0.462381
 1.18333    0.575957
 1.20167    0.758782
 1.22000     1.01086
 1.23833     1.33218
 1.25667     1.72275
 1.27500     2.18750
     Variance
```

```
     ^
 2.2 |                                                    *
     |
     |
     |
     |
     |                                              *
     |
     |
     |
     |                                         *
     |
     |
     |
     |                                   *
     |
     |
     |                              *
     |
     |                        *
0.40 |  *     *    *     *
     ------------------------------------------------------------>

    1.1                                                        1.3

                                                              Return
```

図6.5　効率的フロンティア・モデルの解

あとがき

2007年9月6日,私は神戸ポートタワーホテルで目が覚めた.ここ10年間,LINDO Systems Inc.の開発したWhat'sBest!で判別分析の新手法の開発に没頭していた.いつもの通り,メールをチェックすると,シカゴ大学のLinus教授から12月に代理店契約を解消するので,2008年1月から新しい代理店を探してほしい旨の依頼である.

「とうとうこの日がやってきたか」と,複雑な思いである.私は研究者になろうと思い,京大の理学部に入ったが,入学当初教養部のある吉田キャンパスを歩いていると,中田さんという大男が「ちょっと水泳部の説明会をやっているので聞いていきませんか」と誘われ,そのまま断ることもできず入部してしまった.まじめに部活をやったおかげで,大学院に落ちて,できたばかりの住商情報システム㈱という企業に勤めた.採用試験は終わっていたが,電話を掛けるとすぐに来てくださいということである.眼光の鋭い専務は津田直治さんといって,住友の中興の祖の伊庭貞剛のお孫さんで京大の法学部出身であることが後でわかった.後日,日本電気に受かったと断りに行くと「優秀なのが五万といるのでやめとき,私が断ってやる」といわれ,電話で東京の日本電気の人事担当に電話し,「こちらでもらっていいな」という声が聞こえてきた.面接の際は,「優が少ないとか,余り勉強していない」と言っておきながらなので,悪い気はしなかった.入社すると新人研究の途中で,日本電気の大阪支社に連れて行かれ,そのまま大阪成人病センターの循環器医長の野村裕先生の下に派遣された.今で言えば,二重派遣である.そこで,多変量解析を用いた「計量診断」が私の研究者のスタートになった.

30歳を前にして,理数系の学問で個人が一からプログラムを開発し,研究するのは非効率であると悟った.そこで,当時まだ全世界で500ユーザーほどしかなかった汎用統計ソフトのSASを日本に紹介するとともに,SASを相手に統計の勉強を行った.それと前後し,森村英典東京工業大学名誉教授から,OR学会で活躍してくださいという葉書きをなぜかいただいたので,数理計画法にも興味を持った.そこで,シカゴ大学ビジネススクールのLinus教授にアポをとり,同教授の研究室で代理店の許可をもらった.それ以降,私にとって統計と数理計画法の二股人生が始まった.そして,いつのころからか,**難しい統計や数理計画法や数学は,素人から専門家までが容易に使え,専門家が納得する機能を備えたソフトを用いれば,多くの人が容易に問題解決ができるという信念を持った.そして,「それらの学問を21世紀の一般教養にしたい」というドンキホーテの夢を見るようになった.**

統計に関しては,30歳から40歳頃まで,統計が理論としての統計学から実用の学問として統計ソフトを使った利用者の学問としてのデータの科学が確立し,今日に至っている.

私自身，統計が先行し，その後を数理計画法や数学が追従すると想定していた．しかし，48歳のとき成蹊大学に奉職したため，その願いを実現することに貢献できなかった．

そこで,数社に代理店になるようコンタクトしたが,30年以上ずっとまってくれたLinus教授の期待にこたえるべき，私が10年ぶりに数理計画法を統計に継ぐ21世紀に一般教育にすべくLINDO JAPANの代表になることに決めた．最近，国立大学の教員が企業を作る時代である．しかし，私立大学であるが，やはり教育や研究を優先すべきだと思っている．そこで，私が，SASを日本で普及するに当って私と二人三脚で市場を開拓し，例えば制約メーカ32社に統計分析システム（SAS，ORACLE，VAX）を販売してくれた（有）MICEの市川さんにLINDO JAPANの運営を全面委託することにした．また，数理計画法システムの開発に実績のある㈱構造計画研究所のORグループにコンサルティングなどを行ってもらう体制を決めた．

私が，大学の教員を退官する5年以内に，日本の多くの大学で数理計画法ソフトを用いた問題解決学が学部を問わず21世紀の一般教養になっているよう邁進したい．

文献

Linus Schrage(2007).Optimization Modeling with LINGO(Sixth Edition).LINDO Systems Inc

新村秀一（2007）.JMPによる　統計レポート作成法.丸善，　東京.

新村秀一（2004）.JMP活用　統計学とっておき勉強法.講談社，　東京.

新村秀一（1999).パソコンらくらく数学.講談社，　東京.

新村秀一（1997).パソコン楽々統計学.講談社，　東京.

OR学会編(分担執筆)（1999).経営科学OR用語大事典.　朝倉書店.

新村秀一（1995).パソコンによるデータ解析.講談社，　東京.

新村秀一（1994).SPSS for Windows入門.丸善，　東京.

新村秀一（1994).SAS言語入門.丸善，　東京.

新村秀一（2002）.パソコン活用　3日でわかる・使える統計学　.講談社，東京.

新村秀一（1993).意思決定支援システムの鍵.講談社，東京.

Ｌ．シュラージ（新村秀一・高森寛訳）(1992).実践数理計画法.朝倉書店，　東京.

Ｌ．シュラージ（青沼龍雄･新村秀一訳）(1990).GINOによるモデリングと最適化.共立出版，　東京.

新村秀一（1989).易しく実践データ解析の進め方.共立出版，　東京.

新村秀一・高森寛(1987).統計処理エッセンシャル.丸善，東京.

J. Sall（新村訳）(1986）.SASによる回帰分析の実践.朝倉書店，東京.

森村・牧野他編(分担執筆)(1984).統計・OR活用事典.東京書籍，東京.

OR学会編(分担執筆)(1983).OR事例集.日科技連，東京.